http://v-olymp.ru/

Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике 2010/2011 учебный год

11 класс

Задача 1 (СТО, замедление хода движущихся часов)

Атомы водорода могут излучать радиоволны с длиной волны λ_0 = 21 см в системе отсчета, связанной с излучающим атомом. Какую длину волны λ имеет принимаемое на Земле излучение атомов водорода, движущихся перпендикулярно направлению на Землю со скоростью V = 0,6c, где c — скорость света в вакууме?

Ответ: $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} = 26{,}25\,\text{см}$.

Решение

Обозначим через T_0 период колебаний излучаемой неподвижным атомом водорода радиоволны. Тогда длина этой волны равна:

$$\lambda_0=cT_0.$$

Для наблюдателя на Земле период колебаний радиоволны, излучаемой атомом водорода, движущимся со скоростью V, увеличивается по сравнению с T_0, и равен:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}}.$$

Поэтому принимаемая на Земле радиоволна будет иметь длину λ, равную:

$$\lambda = cT = \frac{cT_0}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}} = 1{,}25\lambda_0 = 26{,}25\,\text{см}.$$

Задача 2 (кинематика твердого тела, вращение вокруг неподвижной оси)

Одно колесо равномерно вращается, совершая n=50 оборотов в секунду. Второе колесо, равномерно вращаясь, делает N=500 оборотов за время t=30 с. Найти отношение угловой скорости первого колеса ω_1 к угловой скорости второго колеса ω_2.

Ответ: $\omega_1/\omega_2=nt/N$=3.

Решение

Угловая скорость первого колеса:

$$\omega_1=2\pi n.$$

Угловая скорость первого колеса:

$$\omega_2=2\pi N/t.$$

Искомое отношение равно:

$$\omega_1/\omega_2=nt/N=3.$$

Задача 3 (ЗСИ)

Граната, летевшая со скоростью V=10 м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляла 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью V_1=25 м/с. Найти направление и величину скорости V_2 меньшего осколка.

Ответ: $V_2=(0{,}6V_1-V)/0{,}4=12{,}5$ м/с, меньший осколок стал двигаться в направлении, противоположном первоначальному направлению движения гранаты.

Решение

Можно считать, что разрыв гранаты происходит за очень короткий (близкий к нулю) промежуток времени. Закон сохранения импульса выполняется в векторной форме. С его помощью можно показать, что скорости всех тел рассматриваемой системы осколков направлены вдоль одной прямой.

Применим закон сохранения импульса в проекции на первоначальное направление движения гранаты (0сь x):

$$MV=0{,}6MV_1+0{,}4MV_{2x},$$

где M — масса гранаты, $0{,}6M$ и $0{,}4M$ — массы большего и меньшего осколков.

Отсюда:

$$V_{2x}=(V-0{,}6V_1)/0{,}4=-12{,}5 \text{ м/с}.$$

Отрицательная величина проекции скорости меньшего осколка V_{2x} на ось x говорит о том, что осколок стал двигаться в направлении, противоположном первоначальному направлению движения гранаты. Модуль скорости меньшего осколка V_2 равен:

$$V_2=-V_{2x}=(0{,}6V_1-V)/0{,}4=12{,}5 \text{ м/с}.$$

Задача 4 (законы идеального газа)

Объем первого заполненного одноатомным газом сосуда в n раз больше объема второго заполненного таким же газом сосуда, давления в обоих сосудах одинаковые, температура газа в первом сосуде T_1. После соединения сосудов тонкой трубкой и перемешивания газов конечная температура T. Найти начальную температуру T_2 газа во втором сосуде. Система теплоизолирована. Теплоемкостью сосудов и трубки пренебречь.

Ответ: $T_2=\dfrac{T_1T}{(n+1)T_1-nT}$.

Решение

Приравняем давления в сосудах в начальном состоянии (до выравнивания температур):

$$\frac{\nu_1 R T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}.$$

Отсюда:

$$\nu_1 = \nu_2 \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} = n\nu_2 \frac{T_2}{T_1}.$$

Суммарная внутренняя энергия газа до и после перемешивания одинаковая:

$$C_V\nu_1 T_1 + C_V\nu_2 T_2 = C_V(\nu_1+\nu_2)T.$$

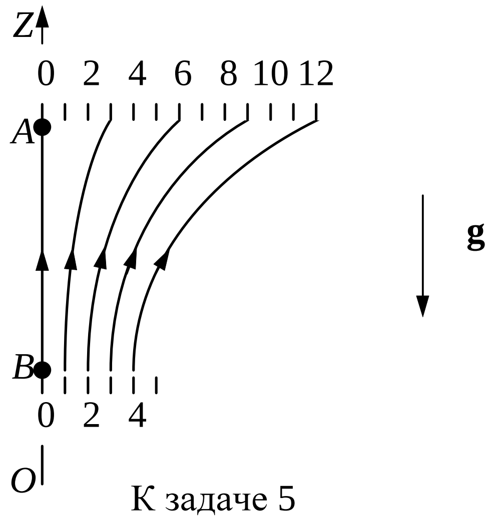
Подставим ν_1 в последнее равенство и выразим из него T_2:

$$n\nu_2 \frac{T_2}{T_1} T_1 + \nu_2 T_2 = \left(n\nu_2 \frac{T_2}{T_1} + \nu_2\right) T,$$

$$T_2 = \frac{T}{n\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) + 1} = \frac{T_1 T}{(n+1)T_1 - nT}.$$

Задача 5 (электростатика)

Небольшой шарик с положительным зарядом $q_1 = +q$ находится в однородном гравитационном поле (вектор **g** направлен вертикально вниз) и неоднородном электростатическом поле, симметричном относительно поворота вокруг вертикальной оси OZ (см. рис.). На рисунке показаны силовые линии поля в одной из вертикальных полуплоскостей, проходящих через ось OZ. В начальный момент шарик покоился в точке A. Когда заряд шарика изменили так, что он стал равен q_2, шарик опустился и в конечном счете стал покоиться в точке B. Используя рисунок и приведенные на нем данные, оценить, чему равен заряд q_2.



К задаче 5

Ответ: $q_2 = +q/9$, заряд шарика уменьшился в 9 раз.

Решение.

Густота силовых линий пропорциональна напряженности электростатического поля. Как следует из рисунка, через малую горизонтальную площадку, расположенную вблизи точки A, проходит в 9 раз меньше силовых линий, чем через такую же площадку, расположенную вблизи точки B. Поэтому напряженность электростатического поля вблизи точки A в 9 раз меньше, чем вблизи точки B:

$$E_A=(1/9)E_B.$$

В условиях равновесия шарика сила тяжести mg уравновешивается силой кулоновского взаимодействия как в точке A, так и в точке B:

$$mg=q_1E_A,$$
$$mg=q_2E_B.$$

С учетом приведенных равенств получаем:

$$q_2/q_1=E_A/E_B=(1/9).$$

Таким образом, заряд шарика уменьшился в 9 раз:

$$q_2=q_1/9=+q/9.$$

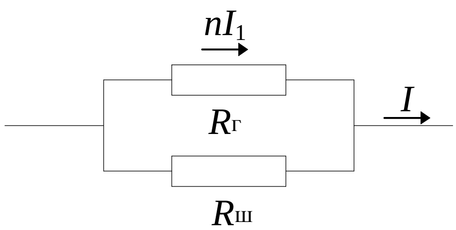
Задача 6 (постоянный ток)

На школьном демонстрационном гальванометре (от амперметра) указаны сопротивление прибора $R_г$=385 Ом и сила тока, вызывающая отклонение стрелки на одно деление, $I_1=3{,}8\cdot10^{-5}$ А/дел. Вся шкала гальванометра имеет n=10 делений. Каково сопротивление прилагаемого шунта $R_ш$, делающего прибор амперметром с пределом измерения силы тока I=3 А?

Ответ: $R_ш= nI_1R_г/(I–nI_1)\approx0{,}049$ Ом.

Решение.

Схема включения шунта показана на рисунке.



К решению задачи 6

Показана ситуация, когда в цепи течет ток, сила I которого равна пределу измерения амперметра. При этом через гальванометр течет ток силой nI_1, для которого отклонение стрелки составляет n=10 делений.

Сопротивление шунта $R_ш$ равно напряжению на нем $nI_1R_г$, деленному на силу тока через шунт $I–nI_1$:

$$R_ш= nI_1R_г/(I–nI_1)\approx0{,}049 \text{ Ом}.$$

Задача 7 (закон преломления)

При переходе луча из первой среды во вторую угол падения равен $\theta_1 = 60^0$, а угол преломления равен $\theta_2 = 45^0$. При переходе луча из первой среды в третью угол падения равен $\theta_1 = 60^0$, а угол преломления равен $\theta_3 = 30^0$.

Найти угол преломления β при переходе луча из второй среды в третью, если при этом угол падения равен $\theta_1 = 60^0$.

Ответ: $\beta = \arcsin\dfrac{\sin\theta_3 \sin\theta_1}{\sin\theta_2} \approx 38^{\,0}$.

Решение.

Обозначим через n_1, n_2 и n_3 абсолютные показатели преломления первой, второй и третьей сред соответственно. Закон преломления дает:

$$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2,$$

$$n_1\sin\theta_1 = n_3\sin\theta_3.$$

Отсюда:

$$n_2/n_3 = \sin\theta_3/\sin\theta_2.$$

Закон преломления при переходе луча из второй среды в третью:

$$n_2\sin\theta_1 = n_3\sin\beta.$$

Отсюда найдем β:

$$\sin\beta = n_2\sin\theta_1/n_3 = \frac{\sin\theta_3\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}},$$

$$\beta = \arcsin\frac{\sin\theta_3\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \approx 37{,}8^{\,0} \approx 38^0.$$

Задача 8 (законы идеального газа)

Атмосфера Венеры состоит в основном из двуокиси углерода с молярной массой $M_1 = 44\cdot10^{-3}$ кг/моль, имеет у поверхности планеты температуру около 700 К (T_1=700 К) и давление 90 земных атмосфер ($P_1 = 90P_0$, где P_0=1 атм$\approx 10^5$ Па — одна земная атмосфера). Температура атмосферы Земли у ее поверхности близка к 300 К (T_2=300 К). Молярная масса воздуха приблизительно равна $M_2 = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль. Каково отношение плотностей атмосфер у поверхностей Венеры и Земли ρ_1/ρ_2?

Ответ: $\rho_1/\rho_2 = P_1M_1T_2/(P_0M_2T_1) \approx 59$.

Решение

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева через плотности атмосфер Венеры и Земли ρ_1 и ρ_2 соответственно:

$$P_1 = \rho_1RT_1/M_1,$$

$$P_0 = \rho_2RT_2/M_2.$$

Отсюда:

$$\rho_1/\rho_2 = P_1M_1T_2/(P_0M_2T_1) \approx 59.$$

Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике 2010/2011 учебный год

10 класс

Задача 1

Чему равно отношение скоростей звука в воздухе летом при температуре 25°С и зимой при температуре -15°С?

Ответ: отношение скоростей равно $\sqrt{\frac{T_1}{T_3}} = 1.075$

Решение

Так как воздух в обычных условиях очень близок по свойствам к идеальному газу, то скорость звука в нём по порядку величины совпадает со средней скоростью теплового движения молекул, которая пропорциональна $\sqrt{T}$. Поэтому отношение скоростей равно $\sqrt{\frac{T_1}{T_3}} = 1.075$

Задача 2

По горизонтальной дороге едет автомобиль со скоростью 72 км/ч. Чему равно ускорение тех точек колеса, которые в данный момент касаются дороги? Диаметр колеса равен 80 см. Куда направлен вектор ускорения?

Ответ: $a = \frac{2V^2}{D} = 1000\frac{ì}{ñ^2}$

Решение

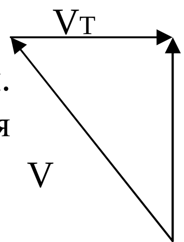
Перейдём в систему отсчета, связанную с автомобилем. В этой системе колесо вращается равномерно и скорости всех точке внешней поверхности покрышки совпадают со скоростью автомобиля относительно земли, иначе будет проскальзывание. Соответсвенно, ускорение всех этих точек одинаково по величине $a = \frac{V^2}{R} = \frac{2V^2}{D} = 1000\frac{м}{с^2}$. Направлен вектор ускорения к оси колеса, т.е.для точки касания он направлен вертикально вверх.

Задача 3

Скорость катера в неподвижной воде озера равна V. Плывя строго перпендикулярно берегам, он пересекает реку за время t_1. Чему равна скорость течения V_T, если на переправу в отсутствие течения он потратил бы время t_2 ($t_2 < t_1$)?

Ответ: $V_t = V\frac{\sqrt{t_1^2 - t_2^2}}{t_1}$

Решение



Ширина реки $l = Vt_2$, что очевидно из условий задачи. Скорость катера относительно земли U при наличии течения http://v-olymp.ru/

равна $\sqrt{V^2 - V_{\text{ò}}^2}$, что ясно из рисунка. Следовательно, $l = \sqrt{V^2 - V_{\text{ò}}^2}$ $l=\sqrt{V^2 - V_t^2}\,t_1$. Приравнивая эти два выражения для l друг другу, легко получим $V_t = V\dfrac{\sqrt{t_1^2 - t_2^2}}{t_1}$.

Задача 4

Для нагревания некоторой порции идеального газа на ΔT при постоянном объеме потребовалось количество тепла Q_1, а нагрев той же порции при постоянном давлении на ΔT потребовал большего количества тепла Q_2. Сколько молей содержит газ?

Ответ: $\nu = \dfrac{Q_2 - Q_1}{R\Delta T}$.

Решение

Разница в количестве теплоты, необходимой для нагревания газа в изобарных и изохорных условиях $Q_2 - Q_1 = A$ - работа, совершаемая газом при ***p=const***. $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$. Отсюда получаем $\nu = \dfrac{Q_2 - Q_1}{R\Delta T}$

Задача 5

Под каким углом надо бросить в море камень с прибрежной скалы высотой H, чтобы он упал на максимальном расстоянии от берега? Начальная скорость камня V_0.

Ответ: $tg\alpha_{\text{îïò}} = \dfrac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gH}}$

Решение

Обозначим через S расстояние от места падения тела в воду до берега. Воспользовавшись легко получаемыми уравнениями траектории брошенного под углом α к горизонту тела, свяжем S с остальными параметрами задачи: $H + Stg\alpha - \dfrac{gS}{V_0^2\cos^2\alpha} = 0$ (1). Удобнее всего находить оптимальный угол бросания, обеспечивающий максимальную дальность S_{max}, рассуждая следующим образом. Задаём произвольное S и находим угол α, решая (1), для чего удобно воспользоваться формулой $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1$. Соотсветсвенно (1) становится квадратным уравнением относительно $tg\alpha$. Очевидно, что при $S = S_{max}$ решением должно быть единственным, что приводит к условию зануления дискриминанта соответствующего уравнения. Решая затем уравнение (1) получим $tg\alpha_{\text{îïò}} = \dfrac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gH}}$.

Задача 6

Сколько тепла выделится при абсолютно неупругом столкновении двух тел, двигавшихся с одинаковыми по величине скоростями V строго навстречу друг другу? Масса одного тела – m, второго – 2m.

Ответ: $Q = \frac{4}{3} mV^2$.

Решение

Запишем закон сохранения импульса для нашей ситуации: $2mV - mV = 3mU$. Где U — скорость «составного» тела, возникшего при абсолютно неупрогом ударе. Соответсвенно $U = \frac{V}{3}$. Количество выделившегося тепла (точнее было бы сказать — приращение внутренней энергии тел) получим с помощью закона сохранения энергии: $Q = E_{кин}^{нач} - E_{кин}^{кон} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} - \frac{1}{3} 3mU^2 = \frac{4}{3} mV^2$.

Задача 7

Клин (призма) массы M стоит в углу комнаты. По нему скользит брусок массы m. С какими силами давит клин на пол и стенку, если трением всюду можно пренебречь? Угол наклона поверхности клина с горизонтом α.

Ответ: $P_{гор} = \frac{1}{2} mg \sin 2\alpha$, $P_{верт} = Mg + mg\cos^2\alpha$.

Решение

Сила давления клина на призму $N = mg\cos\alpha$, что легко получается с помощью второго закона Ньютона для бруска. Она направлена перпендикулярно поверхности клина и составляет с вертикалью угол α. Соответсвенно, её горизонтальная проекция $N_{гор} = N\sin\alpha = mg\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2} mg\sin 2\alpha$ и будет совпадать с силой давления клина на стенку. Вертикальная же составляющая в сумме с силой тяжести клина Mg обусловит силу давления на пол, равную $P_{верт} = Mg + mg\cos^2\alpha$.

Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений по физике 2010/2011 учебный год

9 класс
Решения

Артиллерийское орудие сообщает снаряду на Земле начальную скорость 900 м/с. Перенесите его мысленно на Луну, где все тела становятся в шесть раз легче. С какой скоростью снаряд покинет там это орудие? Во сколько раз максимальная высота подъема снаряда на Луне больше чем на Земле. (Различие, обусловленное отсутствием на Луне атмосферы, оставим без внимания.)

Ответ: скорость одинакова, высота подъема снаряда на Луне в 6 раз больше чем на Земле.

Решение.

Масса снаряда на луне не изменилась. Значит и ускорение, сообщаемое снаряду силой взрыва, должно быть на Луне такое же, как и на Земле $f=ma$, а при одинаковых ускорениях и времени – одинаковы и скорости (согласно формуле $V=at$).

Итак, пушка на Луне выбросила бы снаряд точно с такой же начальной скоростью, как и на Земле. Другое дело, как высоко залетел бы на Луне этот снаряд.

$$aS = \frac{V^2}{2}$$

Так как ускорение силы тяжести на Луне в шесть раз меньше, чем на Земле, т.е. $a = \frac{g}{6}$, то

$$S_1 = 6\frac{V^2}{2g},$$

где S_1 – высота подъема снаряда на Луне, На Земле же (при отсутствии атмосферы):

$$S_2 = \frac{V^2}{2g}.$$

Значит, на Луне пушка закинула бы ядро в шесть раз выше, чем на Земле, несмотря на то, что начальная скорость снаряда в обоих случаях одинакова.

Задача 2

Вообразите, что маятник стенных часов качается в воде. Чечевица его имеет «обтекаемую» форму, которая сводит почти к нулю сопротивление воды ее движению. Какова окажется продолжительность качания такого маятника: больше, чем вне воды, или меньше?

Ответ: в воде маятник будет колебаться медленнее

Решение.

Опыт показывает, что в таких условиях маятник качается медленнее.

Это явление объясняется выталкивающим действием вод на погруженные в нее тела.

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_A$$

$$a = g - \frac{F_A}{m}$$

Из формулы для периода колебаний математического маятника в воде:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}},$$

по сравнению с периодом колебаний математического маятника в воздухе:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

видно, что $T_1 > T_2$, следовательно маятник будет колебаться медленнее.

Задача 3

На соревнованиях в Каире (30˚ северной широты, ускорение силы тяжести g = 9.793 м/с^2) спортсмен толкнул ядро на расстояние 23 м 12 см. Как далеко должен толкнуть ядро спортсмен в Санкт Петербурге (60˚ северной широты, ускорение силы тяжести g = 9.819 м/с^2), чтобы превысить этот результат.

Ответ: $S_2 = \frac{g_1}{g_2} S_1$=23.04.

Решение.

При отсутствии сопротивления воздуха тело, брошенное под углом α к горизонту со скоростью V, упадет на расстоянии:

$$S = \frac{V^2 \sin 2\alpha}{g}$$

величина g ускорения силы тяжести в различных пунктах различна, таким образом:

$$S_2 = \frac{g_1}{g_2} S_1 = 23.04,$$

где S_1 – расстояние на которое спортсмен толкнул ядро в Каире, S_2 – в Санкт Петербурге, g_1 – ускорение силы тяжести в Каире, g_2 – в Санкт Петербурге.

Задача 4

С вершины башни брошены с одинаковой скоростью четыре камня: один – отвесно вверх, второй - отвесно вниз, третий – горизонтально вправо, четвертый – горизонтально влево. Какую форму имеет этот четырехугольник, в вершинах которого будут находиться камни во время полета.

Ответ: брошенные камни расположатся в вершинах квадрата.

Решение.

Перейдем в систему отсчета, связанную с одним из камней, например с тем, который брошен вверх. В этой системе отсчета его скорость равна нулю. Скорость остальных камней рассчитывается по формуле:

$$\vec{U}_i = \vec{V}_i - \vec{V}_1,$$

где $\vec{U}_i$ - скорость i – го камня в новой системе отсчета, $\vec{V}_i$ - в относительно Земли, $\vec{V}_1$ - скорость 1 – го камня относительно Земли. Скорость камней относительно Земли, рассчитывается по закону равноускоренного движения с ускорением g:

$$\vec{V}_i = \vec{V}_{0i} + \vec{g}t,$$

где $\vec{V}_{0i}$ - начальная скорость i – го камня относительно Земли (i = 1, 2, 3, 4). Тогда:

$$\vec{U}_i = \vec{V}_{0i} + \vec{g}t - \vec{V}_{01} - \vec{g}t = \vec{V}_{0i} - \vec{V}_{01}.$$

Таким образом, в данной системе отсчета камни движутся равномерно прямолинейно и нетрудно видеть, что брошенные камни расположатся в вершинах квадрата.

Задача 5

Дубовый шар лежит в сосуде так, что половина его находится в воде и касается дна. С какой силой шар давит на дно сосуда, если его вес в воздухе 8 Н? Плотность дуба 800 кг/м^3.

Ответ: $N = F\left(1 - \frac{\rho_1}{2\rho_2}\right)$= 3 Н.

Решение.

Согласно третьему закону Ньютона, сила *P*, с которой шар давит на дно сосуда равна по модулю и противоположна по направлению силе с которой дно действует на шар *N*.

Силы, действующие на шар:

$$F = N + F_A,$$

где F – вес шара в воздухе, $F_A = \rho_1 g \frac{V}{2}$ - сила Архимеда, действующая на шар со стороны воды, здесь ρ_1 = 1000 кг/м^3 – плотность воды, а V – объем шара. Объем шара найдем:

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{F}{gV},$$

где ρ_2 - плотность дуба

Таким образом:

$$N = F - F_A = F - \frac{\rho_1 g F}{2g\rho_2} = F\left(1 - \frac{\rho_1}{2\rho_2}\right) = 3 \text{ Н}.$$

Задача 6

Газ находится в цилиндре с подвижным поршнем и при температуре 300 К занимает объем 250 см3. Какой объем (в см3) займет газ, если температура понизится до 270 К? Давление постоянно.

Ответ: $V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1}$ =225 см^3.

Решение.

Запишем уравнение изобарического сжатия:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

отсюда: $V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1}$ =225 см^3.

Задача 7

Параллельный пучок света распространяется горизонтально. Под каким углом (в градусах) к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы отраженный пучок распространялся вертикально?

Ответ: под углом 45^{o} к горизонту.

Решение. По закону отражения световых лучей зеркало следует расположить под углом 45^{o} к горизонту.